

Obsah

- 1 Kartografická zkrselení
- 2 Délkové zkrselení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkrselení
- 4 Výpočet zkrselení
- 5 Výpočet zkrselení při známých hl. paprscích

Obsah

- 1 Kartografická zkreslení
- 2 Délkové zkreslení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkreslení
- 4 Výpočet zkreslení
- 5 Výpočet zkreslení při známých hl. paprcích

<http://bl.ocks.org/mbostock/raw/3711652/>

Kartografické zobrazení: Vzájemné přiřazení polohy bodů dvou různých referenčních ploch (např koule - rovina). Projekce - takové zobrazení, které lze definovat geometrickou cestou (promítáním).
Obecné vyjádření zobrazovacích rovnic:

$$X = f(\varphi, \lambda), Y = g(\varphi, \lambda)$$

Kartografické zobrazení: Vzájemné přiřazení polohy bodů dvou různých referenčních ploch (např koule - rovina). Projekce - takové zobrazení, které lze definovat geometrickou cestou (promítáním).
Obecné vyjádření zobrazovacích rovnic:

$$X = f(\varphi, \lambda), Y = g(\varphi, \lambda)$$

Jaký převod je kart. zobrazení?

Soustavy: (φ, λ) , (U, V) , $(\check{S}, D)$, (ρ, ϵ) , (X, Y)

Kartografická zkreslení:

- Délkové zkreslení - **poměr** nekonečně malé délky (délkového elementu) v obraze k délce v originálu.
- Plošné zkreslení - **poměr** ploch dvou sobě odpovídajících nekonečně malých obrazců v obraze a v originále.
- Úhlové zkreslení - je **rozdíl** směrniců (úhlů) na obraze a jeho velikosti na originále.

Kartografická zkreslení:

- Délkové zkreslení - **poměr** nekonečně malé délky (délkového elementu) v obraze k délce v originálu.
- Plošné zkreslení - **poměr** ploch dvou sobě odpovídajících nekonečně malých obrazců v obraze a v originále.
- Úhlové zkreslení - je **rozdíl** směrnic (úhlů) na obraze a jeho velikosti na originále.

Kartografická zkreslení:

- Délkové zkreslení - **poměr** nekonečně malé délky (délkového elementu) v obraze k délce v originálu.
- Plošné zkreslení - **poměr** ploch dvou sobě odpovídajících nekonečně malých obrazců v obraze a v originále.
- Úhlové zkreslení - je **rozdíl** směrniců (úhlů) na obraze a jeho velikosti na originále.

Kartografická zkrselení

Délkové zkrselení a podmínka konformity

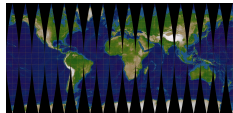
Hlavní paprsky a elipsa zkrselení

Výpočet zkrselení

Výpočet zkrselení při známých hl. paprscích



Zobr. UTM



Lambertovo zobr.



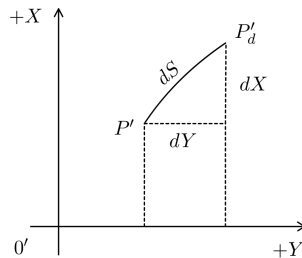
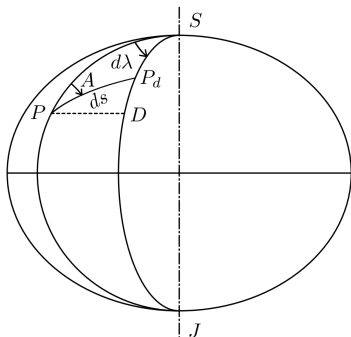
Marcatorovo zobr.



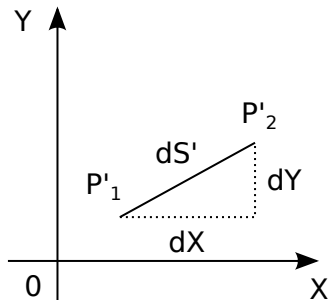
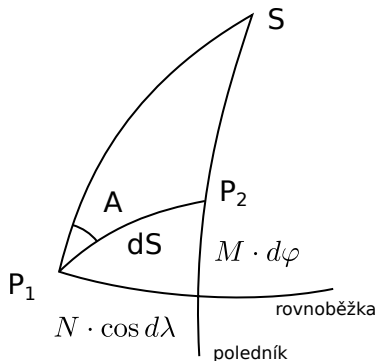
Obsah

- 1 Kartografická zkrselení
- 2 Délkové zkrselení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkrselení
- 4 Výpočet zkrselení
- 5 Výpočet zkrselení při známých hl. paprscích

Délkové zkreslení:



Délkové zkrselení:



Elementy (diferenciály) oblouku:

$$ds_p = R \cdot dU$$

$$ds_r = R \cdot \cos(U) dV$$

Délkové zkreslení:

$$m_A^2 = \frac{dS'^2}{dS^2} = \frac{dX^2 + dY^2}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$dX = \frac{\partial f}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial f}{\partial \lambda} d\lambda$$

$$dY = \frac{\partial g}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial g}{\partial \lambda} d\lambda$$

zkráceně:

$$dX = f_\varphi d\varphi + f_\lambda d\lambda, dY = g_\varphi d\varphi + g_\lambda d\lambda$$

Délkové zkreslení:

$$m_A^2 = \frac{dS'^2}{dS^2} = \frac{dX^2 + dY^2}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$dX = \frac{\partial f}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial f}{\partial \lambda} d\lambda$$

$$dY = \frac{\partial g}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial g}{\partial \lambda} d\lambda$$

zkráceně:

$$dX = f_\varphi d\varphi + f_\lambda d\lambda, dY = g_\varphi d\varphi + g_\lambda d\lambda$$

Po úpravě:

$$m_A^2 = \frac{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)d\varphi^2 + (f_\lambda^2 + g_\lambda^2)d\lambda^2 + 2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)d\varphi d\lambda}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$\tan A = \frac{N \cos \varphi d\lambda}{M d\varphi}$$

$$\frac{d\lambda}{d\varphi} = \frac{M}{N \cos \varphi} \tan A$$

Po úpravě:

$$m_A^2 = \frac{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)d\varphi^2 + (f_\lambda^2 + g_\lambda^2)d\lambda^2 + 2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)d\varphi d\lambda}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$\tan A = \frac{N \cos \varphi d\lambda}{M d\varphi}$$

$$\frac{d\lambda}{d\varphi} = \frac{M}{N \cos \varphi} \tan A$$

Po úpravě (dělím $d\varphi^2$ a nahrazuji):

$$m_A^2 = \frac{f_\varphi^2 + g_\varphi^2}{M^2} \cdot \cos^2 A + \frac{f_\lambda^2 + g_\lambda^2}{N^2 \cos \varphi^2} \cdot \sin^2 A + \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi} \cdot \sin A \cos A$$

Pro $A = 0^\circ$ a pro $A = 90^\circ$:

$$m_p = \frac{\sqrt{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)}}{M}$$

$$m_r = \frac{\sqrt{(f_\lambda^2 + g_\lambda^2)}}{N \cos \varphi}$$

dále:

$$p = \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi}$$

pak:

$$m_A^2 = m_p^2 \cos A^2 + m_r^2 \sin A^2 + p \sin A \cos A$$

Pro $A = 0^\circ$ a pro $A = 90^\circ$:

$$m_p = \frac{\sqrt{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)}}{M}$$

$$m_r = \frac{\sqrt{(f_\lambda^2 + g_\lambda^2)}}{N \cos \varphi}$$

dále:

$$p = \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi}$$

pak:

$$m_A^2 = m_p^2 \cos A^2 + m_r^2 \sin A^2 + p \sin A \cos A$$

Pro $A = 0^\circ$ a pro $A = 90^\circ$:

$$m_p = \frac{\sqrt{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)}}{M}$$

$$m_r = \frac{\sqrt{(f_\lambda^2 + g_\lambda^2)}}{N \cos \varphi}$$

dále:

$$p = \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi}$$

pak:

$$m_A^2 = m_p^2 \cos A^2 + m_r^2 \sin A^2 + p \sin A \cos A$$

Pro konformní zobrazení platí, že délkové zkreslení není závislé na azimutu (zkreslení je ve všech směrech stejné). To platí když:

$$m_p = m_r, p = 0$$

Otázka: Na čem závisí obecně délkové zkreslení?

Délkové zkreslení:

- m se většinou blíží k jedné
- vliv délkového zkreslení: cm/km, dm/km
- $m > 1$ (zobrazení prodlužuje délky)
- $m < 1$ (zobrazení zkracuje délky)
- neexistuje zobrazení, které by nezkreslovalo všechny délky

Obsah

- 1 Kartografická zkreslení
- 2 Délkové zkreslení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkreslení**
- 4 Výpočet zkreslení
- 5 Výpočet zkreslení při známých hl. paprscích

Pro jaký azimut je zkreslení m_A největší?
Extrémní hodnoty zkreslení:

$$\frac{\partial m_A}{\partial A} = 0$$

$$\frac{\partial m_A^2}{\partial A} = 0$$

Derivace podle A:

$$-2m_p^2 \cos A_e \sin A_e + 2m_r^2 \sin A_e \cos A_e + p(\cos^2 A_e - \sin^2 A_e) = 0$$

Po úpravě:

$$\tan 2A_{\epsilon} = \frac{p}{m_p^2 - m_r^2}$$

- Rovnice má dvě řešení: $A_{\epsilon 1}$ a $A_{\epsilon 2} = A_{\epsilon 1} + 90^\circ$

→ Extrémní směry nazýváme hlavní paprsky a jsou vzájemně kolmé.

- dva paprsky o těchto azimutech jsou na sebe kolmé (v originále i obraze)
- jedná se o hlavní směry neboli hlavní paprsky
- dosadíme-li hodnoty azimutů do základní rovnice pro délkové zkreslení, dostaneme hodnoty extrémního délkového zkreslení v bodě (značíme je a , b)

Po úpravě:

$$\tan 2A_{\epsilon} = \frac{p}{m_p^2 - m_r^2}$$

- Rovnice má dvě řešení: $A_{\epsilon 1}$ a $A_{\epsilon 2} = A_{\epsilon 1} + 90^\circ$

→ Extrémní směry nazýváme hlavní paprsky a jsou vzájemně kolmé.

- dva paprsky o těchto azimutech jsou na sebe kolmé (v originále i obraze)
- jedná se o hlavní směry neboli hlavní paprsky
- dosadíme-li hodnoty azimutů do základní rovnice pro délkové zkreslení, dostaneme hodnoty extrémního délkového zkreslení v bodě (značíme je a , b)

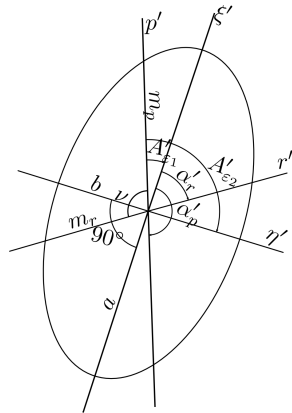
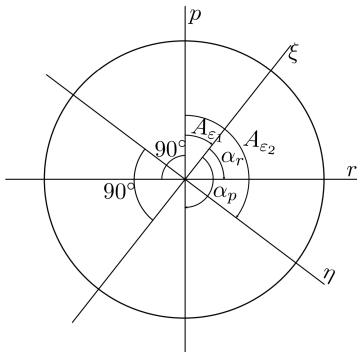
Elipsa zkreslení - Tissotova indikatrix

Obrazem nekonečně malé kružnice je v důsledku zkreslení elipsa

- elipsa zkreslení (Tissotova indikatrix)
- znázorňuje průběh délkového zkreslení v bodě
- pro konformní zobrazení se jedná o kružnici
- a , b jsou velikosti hlavní a vedlejší poloosy elipsy
- A_1 a A_2 jsou azimuty extrémních zkreslení
- α_p a α_r jsou směry poledníku a rovnoběžky měřené od hlavního paprsku

- Ukázka:

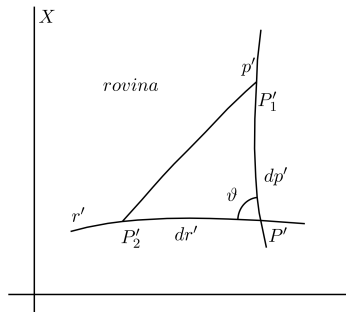
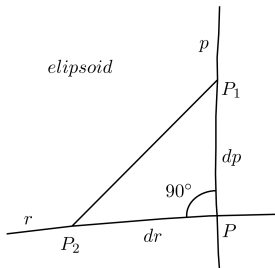
<https://observablehq.com/@d3/tissots-indicatrix>



Obsah

- 1 Kartografická zkreslení
- 2 Délkové zkreslení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkreslení
- 4 Výpočet zkreslení**
- 5 Výpočet zkreslení při známých hl. paprcích

Plošné zkrselení:



Plošné zkrselení

Vyjádření pro diferenciální trojúhelník:

$$P = \frac{1/2 \cdot dp' \cdot dr' \sin \vartheta}{1/2 \cdot dp \cdot dr} = m_p \cdot m_r \sin \sigma$$

Podle výrazu pro m_p a m_r můžeme psát:

$$P = \frac{f_\varphi g_\lambda - f_\lambda g_\varphi}{MN \cos \varphi}$$

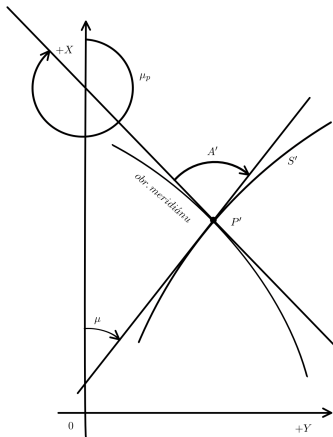
Plošné zkreslení

Vyjádření pro diferenciální trojúhelník:

$$P = \frac{1/2 \cdot dp' \cdot dr' \sin \vartheta}{1/2 \cdot dp \cdot dr} = m_p \cdot m_r \sin \sigma$$

Podle výrazu pro m_p a m_r můžeme psát:

$$P = \frac{f_\varphi g_\lambda - f_\lambda g_\varphi}{MN \cos \varphi}$$



$$180^\circ - A' = 180^\circ + \mu_p - \mu$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - A') = \frac{\operatorname{tg} \mu_p - \operatorname{tg} \mu}{1 + \operatorname{tg} \mu_p \operatorname{tg} \mu}$$

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{dY}{dX} = \frac{g_\varphi d\varphi + g_\lambda d\lambda}{f_\varphi d\varphi + f_\lambda d\lambda}$$

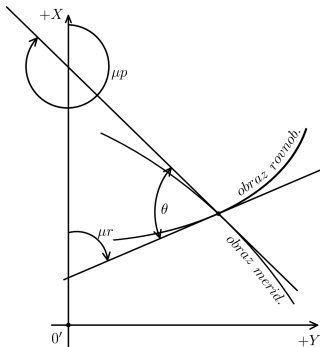
po úpravách:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{g_\varphi N \cos \varphi \cos A + g_\lambda M \sin A}{f_\varphi N \cos \varphi \cos A + f_\lambda M \sin A}$$

$$\operatorname{tg} \mu_p = \frac{g_\varphi}{f_\varphi}$$

zkrselení azimutu: $\Delta A = A' - A$

zkrselení úhlu: $\Delta \omega = (A'_2 - A'_1) - (A_2 - A_1) = \Delta A_2 - \Delta A_1$



$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{\operatorname{tg} \mu_p - \operatorname{tg} \mu_r}{1 + \operatorname{tg} \mu_p \operatorname{tg} \mu_r}$$

$$\operatorname{tg} \mu_p = \frac{g_\varphi}{f_\varphi}$$

$$\operatorname{tg} \mu_r = \frac{g_\lambda}{f_\lambda}$$

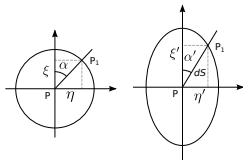
$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{f_\lambda g_\varphi - f_\varphi g_\lambda}{f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda}$$

- ω je funkcí azimutu
- jmenovatel předchozího vztahu je roven výrazu p ze základní rovnice pro délkové zkreslení, tedy pokud je roven nule (podmínka konformity), obraz úhlu je 90° , což odpovídá konformnímu zobrazení (úhel je nezkreslen)
- existují však i zobrazení, kde úhel mezi obrazem rovnoběžky a poledníku zůstává zachován a přesto nejsou konformní – nazýváme je ortogonálními

Víc k odvození viz skript Matematická kartografie nebo
http://old.gis.zcu.cz/studium/mk2/multimedialni_texty/index.html

Obsah

- 1 Kartografická zkreslení
- 2 Délkové zkreslení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkreslení
- 4 Výpočet zkreslení
- 5 Výpočet zkreslení při známých hl. paprcích



Rovnice kružnice (a, b - zkreslení v hlavních směrech):

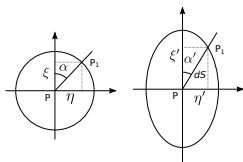
$$\xi^2 + \eta^2 = d\rho^2$$

$$\xi' = a\xi$$

$$\eta' = b\eta$$

Dostáváme (rovnice elipsy):

$$\frac{\xi'^2}{a^2 \cdot d\rho^2} + \frac{\eta'^2}{b^2 \cdot d\rho^2} = 1$$



Rovnice kružnice (a , b - zkreslení v hlavních směrech):

$$\xi^2 + \eta^2 = d\rho^2$$

$$\xi' = a\xi$$

$$\eta' = b\eta$$

Dostáváme (rovnice elipsy):

$$\frac{\xi'^2}{a^2 \cdot d\rho^2} + \frac{\eta'^2}{b^2 \cdot d\rho^2} = 1$$

Délkové zkreslení:

$$m_{\alpha}^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

(zkreslení je závislé na poloze a azimutu)

Délkové zkreslení:

$$m_{\alpha}^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

(zkreslení je závislé na poloze a azimutu)

Úhlové zkreslení:

$$\tan \alpha' = \frac{b}{a} \tan \alpha$$

Extrémní hodnoty:

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{b - a}{b + a}$$

Plošné zkreslení:

$$P = \frac{\pi \cdot a \cdot d\rho \cdot b \cdot d\rho}{\pi \cdot d\rho^2}$$

$$P = a \cdot b$$

Plošné zkreslení:

$$P = \frac{\pi \cdot a \cdot d\rho \cdot b \cdot d\rho}{\pi \cdot d\rho^2}$$

$$P = a \cdot b$$

Kartografická zobrazení podle zkreslení:

- konformní - $m_p = m_r$
- ekvidistantní - např. $m_p = 1$
- ekvivalentní - $m_p \cdot m_r = 1$
- vyrovnávací

Kartografická zobrazení podle plochy

- Zobrazení na kulovou plochu
- Jednoduchá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Nepravá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Zobrazení po částech

Kartografická zobrazení podle plochy

- Zobrazení na kulovou plochu
- Jednoduchá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Nepravá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Zobrazení po částech

Kartografická zobrazení podle plochy

- Zobrazení na kulovou plochu
- Jednoduchá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Nepravá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Zobrazení po částech