

Podpořeno z projektu FRVŠ 584/2011.

Obsah

- 1 Kartografická zkreslení
- 2 Délkové zkreslení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkreslení
- 4 Plošné zkreslení
- 5 Výpočet zkreslení při známých hl. paprscích

Obsah

- 1 Kartografická zkreslení
- 2 Délkové zkreslení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkreslení
- 4 Plošné zkreslení
- 5 Výpočet zkreslení při známých hl. paprscích

<http://bl.ocks.org/mbostock/raw/3711652/>

Kartografické zobrazení: Vzájemné přiřazení polohy bodů dvou různých referenčních ploch (např koule - rovina). Projekce - takové zobrazení, které lze definovat geometrickou cestou (promítáním).
Obecné vyjádření zobrazovacích rovnic:

$$X = f(\varphi, \lambda), Y = g(\varphi, \lambda)$$

Kartografické zobrazení: Vzájemné přiřazení polohy bodů dvou různých referenčních ploch (např koule - rovina). Projekce - takové zobrazení, které lze definovat geometrickou cestou (promítáním).
Obecné vyjádření zobrazovacích rovnic:

$$X = f(\varphi, \lambda), Y = g(\varphi, \lambda)$$

Jaký převod je kart. zobrazení?

Soustavy: (φ, λ) , (U, V) , $(\check{S}, D)$, (ρ, ϵ) , (X, Y)

Kartografická zkreslení:

- Délkové zkreslení - **poměr** nekonečně malé délky (délkového elementu) v obraze k délce v originálu.
- Plošné zkreslení - **poměr** ploch dvou sobě odpovídajících nekonečně malých obrazců v obraze a v originále.
- Úhlové zkreslení - je **rozdíl** směrniců (úhlů) na obraze a jeho velikosti na originále.

Kartografická zkreslení:

- Délkové zkreslení - **poměr** nekonečně malé délky (délkového elementu) v obraze k délce v originálu.
- Plošné zkreslení - **poměr** ploch dvou sobě odpovídajících nekonečně malých obrazců v obraze a v originále.
- Úhlové zkreslení - je **rozdíl** směrnic (úhlů) na obraze a jeho velikosti na originále.

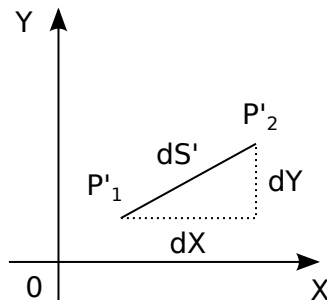
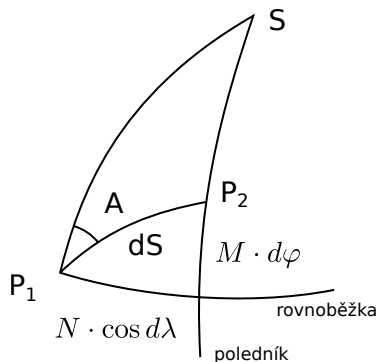
Kartografická zkreslení:

- Délkové zkreslení - **poměr** nekonečně malé délky (délkového elementu) v obraze k délce v originálu.
- Plošné zkreslení - **poměr** ploch dvou sobě odpovídajících nekonečně malých obrazců v obraze a v originále.
- Úhlové zkreslení - je **rozdíl** směrniců (úhlů) na obraze a jeho velikosti na originále.

Obsah

- 1 Kartografická zkrselení
- 2 Délkové zkrselení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkrselení
- 4 Plošné zkrselení
- 5 Výpočet zkrselení při známých hl. paprscích

Délkové zkreslení:



Elementy (diferenciály) oblouku:

$$ds_p = R \cdot dU$$

$$ds_r = R \cdot \cos(U) dV$$

Délkové zkreslení:

$$m_A^2 = \frac{dS'^2}{dS^2} = \frac{dX^2 + dY^2}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$dX = \frac{\partial f}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial f}{\partial \lambda} d\lambda$$

$$dY = \frac{\partial g}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial g}{\partial \lambda} d\lambda$$

zkráceně:

$$dX = f_\varphi d\varphi + f_\lambda d\lambda, dY = g_\varphi d\varphi + g_\lambda d\lambda$$

Délkové zkreslení:

$$m_A^2 = \frac{dS'^2}{dS^2} = \frac{dX^2 + dY^2}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$dX = \frac{\partial f}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial f}{\partial \lambda} d\lambda$$

$$dY = \frac{\partial g}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial g}{\partial \lambda} d\lambda$$

zkráceně:

$$dX = f_\varphi d\varphi + f_\lambda d\lambda, dY = g_\varphi d\varphi + g_\lambda d\lambda$$

Po úpravě:

$$m_A^2 = \frac{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)d\varphi^2 + (f_\lambda^2 + g_\lambda^2)d\lambda^2 + 2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)d\varphi d\lambda}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$\tan A = \frac{N \cos \varphi d\lambda}{M d\varphi}$$

$$\frac{d\lambda}{d\varphi} = \frac{M}{N \cos \varphi} \tan A$$

Po úpravě:

$$m_A^2 = \frac{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)d\varphi^2 + (f_\lambda^2 + g_\lambda^2)d\lambda^2 + 2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)d\varphi d\lambda}{M^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

$$\tan A = \frac{N \cos \varphi d\lambda}{M d\varphi}$$

$$\frac{d\lambda}{d\varphi} = \frac{M}{N \cos \varphi} \tan A$$

Po úpravě (dělím $d\varphi^2$ a nahrazuji):

$$m_A^2 = \frac{f_\varphi^2 + g_\varphi^2}{M^2} \cdot \cos^2 A + \frac{f_\lambda^2 + g_\lambda^2}{N^2 \cos \varphi^2} \cdot \sin^2 A + \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi} \cdot \sin A \cos A$$

Pro $A = 0^\circ$ a pro $A = 90^\circ$:

$$m_p = \frac{\sqrt{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)}}{M}$$

$$m_r = \frac{\sqrt{(f_\lambda^2 + g_\lambda^2)}}{N \cos \varphi}$$

dále:

$$p = \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi}$$

pak:

$$m_A^2 = m_p^2 \cos A^2 + m_r^2 \sin A^2 + p \sin A \cos A$$

Pro $A = 0^\circ$ a pro $A = 90^\circ$:

$$m_p = \frac{\sqrt{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)}}{M}$$

$$m_r = \frac{\sqrt{(f_\lambda^2 + g_\lambda^2)}}{N \cos \varphi}$$

dále:

$$p = \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi}$$

pak:

$$m_A^2 = m_p^2 \cos A^2 + m_r^2 \sin A^2 + p \sin A \cos A$$

Pro $A = 0^\circ$ a pro $A = 90^\circ$:

$$m_p = \frac{\sqrt{(f_\varphi^2 + g_\varphi^2)}}{M}$$

$$m_r = \frac{\sqrt{(f_\lambda^2 + g_\lambda^2)}}{N \cos \varphi}$$

dále:

$$p = \frac{2(f_\varphi f_\lambda + g_\varphi g_\lambda)}{MN \cos \varphi}$$

pak:

$$m_A^2 = m_p^2 \cos A^2 + m_r^2 \sin A^2 + p \sin A \cos A$$

Pro konformní zobrazení platí, že délkové zkreslení není závislé na azimutu (zkreslení je ve všech směrech stejné). To platí když:

$$m_p = m_r, p = 0$$

Otázka: Na čem závisí obecně délkové zkreslení?

Obsah

- 1 Kartografická zkrselení
- 2 Délkové zkrselení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkrselení**
- 4 Plošné zkrselení
- 5 Výpočet zkrselení při známých hl. paprscích

Extrémní hodnoty zkrselení:

$$\frac{\partial m_A}{\partial A} = 0$$

$$\frac{\partial m_A^2}{\partial A} = 0$$

Derivace podle A:

$$-2m_p^2 \cos A_e \sin A_e + 2m_r^2 \sin A_e \cos A_e + p(\cos^2 A_e - \sin^2 A_e) = 0$$

Po úpravě:

$$\tan 2A_e = \frac{p}{m_p^2 - m_r^2}$$

→ Extrémní směry nazýváme hlavní paprsky a jsou vzájemně kolmé.

Extrémní hodnoty zkrselení:

$$\frac{\partial m_A}{\partial A} = 0$$

$$\frac{\partial m_A^2}{\partial A} = 0$$

Derivace podle A:

$$-2m_p^2 \cos A_e \sin A_e + 2m_r^2 \sin A_e \cos A_e + p(\cos^2 A_e - \sin^2 A_e) = 0$$

Po úpravě:

$$\tan 2A_e = \frac{p}{m_p^2 - m_r^2}$$

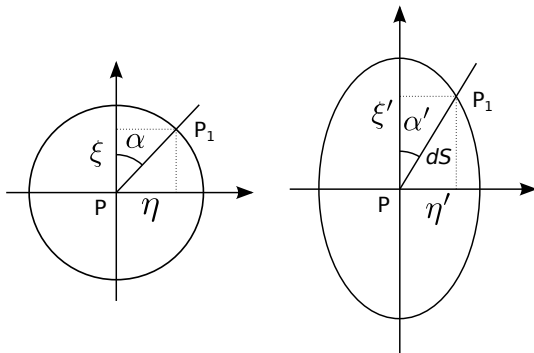
→ Extrémní směry nazýváme hlavní paprsky a jsou vzájemně kolmé.

Obsah

- 1 Kartografická zkreslení
- 2 Délkové zkreslení a podmínka konformity
- 3 Hlavní paprsky a elipsa zkreslení
- 4 Plošné zkreslení**
- 5 Výpočet zkreslení při známých hl. paprscích

Předpokládáme, že známe hodnoty extrémních délkových zkrselená a , b a úhel α (úhel který svírá uvažovaný delkový element s hlavním paprskem)

Nekonečně malá kružnice a její obraz (Tissotova elipsa, Tissotova indikatrix):



Rovnice kružnice (a , b - zkreslení v hlavních směrech):

$$\xi^2 + \eta^2 = d\rho^2$$

$$\xi' = a\xi$$

$$\eta' = b\eta$$

Dostáváme (rovnice elipsy):

$$\frac{\xi'^2}{a^2 \cdot d\rho^2} + \frac{\eta'^2}{b^2 \cdot d\rho^2} = 1$$

Rovnice kružnice (a , b - zkreslení v hlavních směrech):

$$\xi^2 + \eta^2 = d\rho^2$$

$$\xi' = a\xi$$

$$\eta' = b\eta$$

Dostáváme (rovnice elipsy):

$$\frac{\xi'^2}{a^2 \cdot d\rho^2} + \frac{\eta'^2}{b^2 \cdot d\rho^2} = 1$$

Délkové zkreslení:

$$m_{\alpha}^2 = \frac{|P'P_1'|^2}{|PP_1|^2} = \frac{\xi'^2 + \eta'^2}{d\rho^2}$$

Platí: $\xi' = a\xi = a \cdot d\rho \cos \alpha$, $\eta' = b\eta = c \cdot d\rho \sin \alpha$

Po nahrazení:

$$m_{\alpha}^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

(zkreslení je závislé na pozici a azimutu)

Délkové zkreslení:

$$m_{\alpha}^2 = \frac{|P'P'_1|^2}{|PP_1|^2} = \frac{\xi'^2 + \eta'^2}{d\rho^2}$$

Platí: $\xi' = a\xi = a \cdot d\rho \cos \alpha$, $\eta' = b\eta = c \cdot d\rho \sin \alpha$

Po nahrazení:

$$m_{\alpha}^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

(zkreslení je závislé na pozici a azimutu)

Délkové zkreslení:

$$m_{\alpha}^2 = \frac{|P'P_1'|^2}{|PP_1|^2} = \frac{\xi'^2 + \eta'^2}{d\rho^2}$$

Platí: $\xi' = a\xi = a \cdot d\rho \cos \alpha$, $\eta' = b\eta = c \cdot d\rho \sin \alpha$

Po nahrazení:

$$m_{\alpha}^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha$$

(zkreslení je závislé na pozici a azimutu)

Úhlové zkreslení:

$$\tan \alpha = \frac{\eta}{\xi}, \tan \alpha' = \frac{\eta'}{\xi'}$$

Po dosazení:

$$\tan \alpha' = \frac{b}{a} \tan \alpha$$

Extrémní hodnoty:

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{b - a}{b + a}$$

Plošné zkreslení:

$$P = \frac{\pi \cdot a \cdot d\rho \cdot b \cdot d\rho}{\pi \cdot d\rho^2}$$

$$P = a \cdot b$$

Plošné zkreslení:

$$P = \frac{\pi \cdot a \cdot d\rho \cdot b \cdot d\rho}{\pi \cdot d\rho^2}$$

$$P = a \cdot b$$

Výpočet extrémních zkrselení a , b ze známých m_p , m_r , σ
Dle vzorce pro plošné zkrselení platí (1. rovnice):

$$a \cdot b = m_p m_r \sin \sigma$$

Svírá-li poledník a hlavní paprsek úhel ω :

$$m_p^2 = a^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega$$

$$m_r^2 = a^2 \sin^2 \omega + b^2 \cos^2 \omega$$

Sečtením dostáváme druhou rovnici:

$$a^2 + b^2 = m_p^2 + m_r^2$$

$$m_A^2 = m_p^2 \cos^2 A + m_r^2 \sin^2 A + p \sin A \cos A,$$

Uvažujeme-li místo elipsoidu kouli:

$$m_p^2 = \frac{f_U^2 + g_U^2}{R^2}, m_r^2 = \frac{f_V^2 + g_V^2}{R^2 \cos^2 U}, p = \frac{2(f_U f_V + f_U g_V)}{R^2 \cos U}$$

Kartografická zobrazení:

- konformní - $m_p = m_r$
- ekvidistantní - např. $m_p = 1$
- ekvivalentní - $m_p \cdot m_r = 1$
- vyrovnávací

Kartografická zobrazení podle zkreslení:

- konformní - $m_p = m_r$
- ekvidistantní - např. $m_p = 1$
- ekvivalentní - $m_p \cdot m_r = 1$
- vyrovnávací

Kartografická zobrazení podle plochy

- Zobrazení na kulovou plochu
- Jednoduchá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Nepravá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Zobrazení po částech

Kartografická zobrazení podle plochy

- Zobrazení na kulovou plochu
- Jednoduchá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Nepravá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Zobrazení po částech

Kartografická zobrazení podle plochy

- Zobrazení na kulovou plochu
- Jednoduchá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Nepravá zobrazení - kuželová, válcová, azimutální
- Zobrazení po částech